

# Aktivnost 7

---

## Urejanje

Ah, kolikokrat je potrebno urediti kakšne reči po abecedi, velikosti ali čem tretjem. Tudi računalniki to pogosto počnejo; čemu, smo se naučili ob potapljanju ladjic. Odkrili bomo, kako delujejo postopki, ki jih uporabljajo računalniki. Bogve, morda pridejo kdaj prav tudi nam.

### Namen

Otroci sicer spoznajo različne metode urejanja, pomembnejši pa so abstraktnejši cilji:

- otroci vidijo, da se lahko urejanja sicer lotijo intuitivno, neformalno in neorganizirano, ali pa sledijo navodilom, ki jih zanesljivo pripeljejo do cilja; na ta način se srečajo z idejo formalno podanih navodil – algoritmom. Čeprav so temu namenjene kasnejše aktivnosti, lahko že tu povemo, da moramo računalniku vedno podati točna navodila;
- še več, vidijo primer rekurzivnega algoritma – česar ne poudarjamo, razen če so otroci dovolj stari;
- ugotovijo, da niso vsi postopki enako hitri in da je urejanje z bolj domiselnimi metodami veliko hitrejše od enostavnejših;
- izvedo, da je računalnik v primerjavi z ljudmi omejen; pri urejanju se to vidi tako, da lahko ljudje vidimo in primerjamo več številka naenkrat, računalnik pa lahko primerja le pare.



### Trajanje

Ena ali dve uri, odvisno od izbranega obsega

### Potrebščine

Za frontalno delo

- en izvod seznamov številka in imen iz prejšnje aktivnosti (opsijsko)
- kartoni z veliki številkami (iz prejšnje aktivnosti)

Za manjše skupine (pari, trojki ali posamezni otroci, če jih manj)

- listki z oznakami med A1 in D50 (razreži polo)

Za vsako skupino v uvodni motivaciji ter pri urejanju z izbiranjem, urejanju z vstavljenjem in hitrem urejanju (skupin bo toliko, kolikor tehtnic imaš na voljo):

- osem neprosojnih posod enake velikosti, a različnih tež, npr. škatle za filme ali kinder-jajce polnjena s peskom, različno polni tetrapaki za sok, škatle, v kakršnih dobimo instant kavo, napolnjene z več ali manj kamni, posode pollitrskega jogurta
- tehtnica z dvema posodama (pomembno je, da ne omogočimo tehtanja z utežmi, temveč otroke prisilimo v primerjanje parov)

Za skupine pri urejanju z mehurčki (skupine imajo 8-10 otrok, torej tri na razred):

- pol metra dolga palica ali vrstica ali flomaster ali podoben predmet, ki ga bodo držali pari učencev.

### Dodatna navodila

Aktivnost prilagodimo razpoložljivi opremi in zmožnosti učencev.

Razpoložljiva oprema narekuje razdeljevanje v skupine. Nekatere igre zahtevajo tehtnico, zato lahko narediš le toliko skupin, kolikor tehtnic imaš na voljo. Če imaš le eno, bo aktivnost izvajal po en otrok naenkrat, ostali bodo gledali; otrok naj v tem primeru komentira svoje razmišljanje. Če te mika, da bi sama izdelala tehtnice, poskrbi, da bodo dovolj natančne, da bodo lahko razlikovale osem različnih tež, kakor jih boš uporabljal v nalogi.

V nobenem primeru ne zamenjaj tehtnic in različno težkih škatel z listki ali igralnimi kartami. Pri aktivnosti je zelo pomembno, da otroke prisilimo primerjati pare, saj je tudi računalnik omejen na primerjanje parov. Uporaba igralnih kart je zelo neposrečena. Če moramo ljudje urediti, recimo, osem kart po velikosti, jih "uredimo v glavi" in jih nato le razporedimo po ustreznem vrstnem redu, ne da bi mogli pri tem razmišljati o "algoritmu", ki ga izvajamo. Računalnik tega ne more, temveč lahko le primerja pare objektov, zato moramo tudi otrokom vsiliti takšno omejitev. Pri urejanju kart se otroci ne bodo držali podanega algoritma, saj je to tako nenaravno, da je nadležno celo odraslim.

Izjema je urejanje z mehurčki, kjer dosežemo disciplino z uporabo palice, in urejanje z zlivanjem, kjer je očitno, da lahko primerjamo le dve števili naenkrat.

Aktivnost je potrebno prilagajati tudi zmožnostim učencev. Zasnovana je precej široko in predstavlja različnih postopkov urejanja. Če ocenjuješ, da bodo učenci zbegani, izbor po potrebi skrči. Po drugi strani ne bo nobene škode, če postopkom urejanja posvetiš kako uro več, saj so poučni. Pri odločanju se zavedaj, zakaj predstavljamo posamezne metode.

**Urejanje z izbiranjem** je metoda, ki se je bodo učenci verjetno spomnili sami. Priročna je tudi, ker lahko točno preštejemo, koliko primerjav zahteva

**Urejanje z vstavljanjem** je zanimivo, ker ga pogosto uporabljamo, ko moramo ročno zložiti kako reč. Učencem pokaže, da lahko formaliziramo postopke iz resničnega življenja. Za sam logični potek ure ni tako pomembna.

**Hitro urejanje** pokaže, da lahko z nenavadno, bolj zvito metodo urejamo hitreje. Za starejše učence koristna, ker vodi v intuicijo o rekurziji; pri mlajših poskusimo to dejstvo prikriti.

**Urejanje z mehurčki** je simpatično zaradi skupinske dinamike. V smislu logičnega poteka je koristno zaradi navezave na naslednjo aktivnost, ki iz urejanja z mehurčki izpelje igro, ki tam služi kot uvodna motivacija.

**Urejanje z zlivanjem** je koristno, ker je uporabno v praksi, recimo, ko imamo dva urejena seznama, ki ju je potrebno združiti v en sam urejen seznam. Simpatično je tudi, ker ga predstavimo z dinamično igro.

Če nameravaš zožiti izbor, pri starejših otrocih izpusti urejanje z vstavljanjem, pri mlajših pa bodisi izpusti urejanje z zlivanjem, bodisi ga skrajšaj na prvi del, združevanje dveh kolon. Urejanje z mehurčki lahko preneseš v začetek naslednje aktivnosti. Urejanja z izbiranjem in urejanja z mehurčki ne izpuščaj, ker nosita glavno sporočilo aktivnosti.

## Uvodna motivacija

1. Razdeli otroke v skupine z največ tremi člani (še primernejši so pari, lahko pa vsak otrok dela tudi sam) in jim razdeli listke z oznakami med A1 in D50.
2. Povej jim, da se nekatere oznake podvojijo; njihova naloga je, da jih izločijo, tako da se bo vsaka oznaka pojavila le enkrat. (Primer: listek D41 se pojavi dvakrat. C42 in D42 pa ne štejeta za ponovitve.) Njihova naloga je, naj to storijo čim hitreje, še pomembneje pa je, da ne spregledajo nobene ponovitve.
3. Skupine, ki končajo, vprašaj, ali so prepričane, da so res izločile vse ponovitve. Ti lahko dokažejo, da je res tako. (Izločiti morajo enajst listkov, vendar jim tega ne povej.)

Če so se otroci kaj naučili v prejšnji aktivnosti (ali če so že kdaj iskali manjkajočo igralno karto), so najprej razdelili listke na štiri kupčke glede na črko iz oznake – A, B, C, D. Nato je mnoge verjetno premagala skušnjava, da so poskušali "z metodo ostrega pogleda" odkriti ponovitve. Četudi jim na ta način lahko uspe odkriti vseh enajst odvečnih listkov, tako ne bodo mogli biti prepričani, da so poiskali vse.

Boljša rešitev je, da vsakega od kupčkov uredijo po številkah in nato le primerjajo zaporedne pare. Tako jim ponovitve skoraj ne morejo uiti.

Kot dodaten primer lahko daš trem otrokom tri različne oblike seznama iz prejšnje aktivnosti in jim naročiš, naj poiščejo ime (ali imena), ki se ponovijo. Nalogo lahko v doglednem času reši le tisti, ki ima seznam urejen po imenih. Seznam, ki je urejen po številkah je enako neuporaben kot tisti, ki je naključno premešan.

### Pogovor

Spomni otroke na prejšnjo aktivnost, v kateri so videli, kako dobro je, če so stvari urejene. V njej smo imeli, recimo, seznam telefonskih števil, s katerim smo lahko poiskali telefonsko številko, ki jo ima določena oseba ali pa osebo, ki ima določeno številko. Če so otroci premajhni, da bi razumeli razliko med prvim in drugim, jih lahko na to spomniš tako, da jim pokažeš oba seznama – onega, urejenega po številkah in onega po imenih, pa bodo videli, da morajo imeti pravi seznam za tisto, kar iščejo, pa čeprav so na obeh seznamih isti podatki.

Urejanje ni potrebno le zato, da hitreje najdemo osebo ali številko. Kot so videli, nam pride pride tudi v veliko drugih primerih, recimo pri iskanju ponovitev iste reči. Za nov primer vprašaj otroke, kako bi v zavojčku kart, za katerega bi vedeli, da ena manjka (ker jih je 51 namesto 52) ugotovili, katera je manjkajoča karta. Kot podobno nalogo lahko naložiš otrokom, naj s pomočjo seznamov preverijo, ali je določena telefonska številka še prosta.

Urejanje podatkov je očitno pomembna reč. Ker so neurejeni podatki nerodni, tako za ljudi kot za računalnike, uporabljajo računalniki različne postopke za urejanje.

## Urejanje v prostem slogu

1. Razdeli otroke v toliko skupin, kolikor tehtnic imaš. Če imaš le eno tehtnico, poskrbi, da bodo vsi otroci videli, kaj se dogaja.
2. Vsaki skupini daj osem škatlic, ki jih bodo urejali po teži.
3. V vsaki skupini določi otroka, ki bo urejal in otroka, ki bo zapisoval število primerjanj.
4. Otroci naj uredijo škatlice po teži, kakor vedo in znajo. Edina omejitev je, da smejo tehtnico uporabljati samo tako, da primerjajo težo dveh škatlic. Če škatli potežkajo z rokami, se tudi to šteje kot tehtanje. Poudari, naj za urejanje uporabijo čim manj tehtanj, predvsem pa morajo biti na koncu prepričani, da je razpored pravilen.
5. Ko končajo, naj si zabeležijo število tehtanj, nato pa naj nekdo (recimo drug otrok) preveri, ali je razpored pravilen, tako da paroma primerja teže vseh zaporednih škatel – lahko jim pokažeš, kako se to stori.

Vajo lahko večkrat ponoviš.

### Pogovor

Če so bili otroci zelo nesistematični, jih po potrebi na koncu vprašaj, ali so prepričani, da so škatlice res urejene – ne da bi morali to preskušati. Hočemo takšen sistem, ki nas bo na koncu prav zagotovo pripeljal do urejenih škatel, ne da bi morali to preverjati.

Izzovi otroke, naj ti razložijo sistem, po katerem so delali.

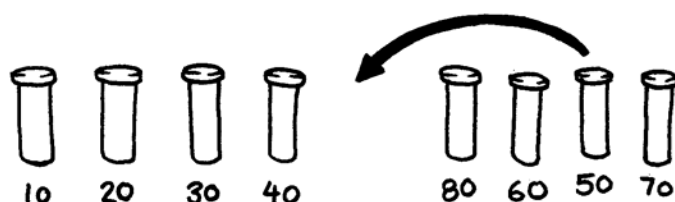
Verjetno so nekateri otroci delali po občutku, drugi sistematično. Razloži, da računalnik nima občutka, temveč mu je vedno potrebno podati "sistem", točna navodila, po katerih naj dela.

Otroci, ki se potrudijo iznajti zanesljiv sistem, bodo skoraj gotovo odkrili urejanje z izbiranjem, morda pa bodo naleteli na urejanje z vstavljanjem. Ker bi radi izračunali točno število potrebnih merjenj, jim razloži urejanje z izbiranjem.

## Urejanje z izbiranjem

Najprej poiščemo najlažjo škatlico, tako da na tehtnico postavimo par škatlic. Odstranimo težjo, lažjo pa primerjamo z naslednjo škatlico. Spet odstranimo težjo in vzamemo naslednjo. To ponavljamo, dokler ne preverimo vseh škatlic in ta, ki ostane, je najlažja. Postavimo jo na začetek vrste.

Celoten postopek ponovimo na preostalih škatlicah. Ko ugotovimo najlažjo med ostalimi (torej: drugo najlažjo), jo postavimo za prvo škatlico. Postopek spet ponovimo z ostalimi, dokler ne uredimo vseh škatlic.



### Pogovor

Vprašaj otroke, koliko primerjanj potrebujejo za takšno urejanje. Jih vedno potrebujejo enako ali pa je to odvisno od sreče?

Takole razmišljamo: da najdemo najlažjo škatlico izmed osmih, potrebujemo sedem tehtanj; če tega ne razumejo, pokaži, še enkrat poišči najlažjo škatlico. Rezultat ni odvisen od sreče, vedno bomo potrebovali natančno sedem tehtanj.

Ko je ta izbrana, nam ostane še sedem škatlic, med katerimi moramo poiskati naslednjo najlažjo; za iskanje najlažje izmed sedmih je po isti logiki potrebnih šest tehtanj. Ostane šest škatlic in za iskanje najlažje med njimi potrebujemo pet tehtanj. Tako nadaljujemo, dokler ne ostaneta le še dve škatlici, ki zahtevata eno tehtanje, da določimo lažjo izmed njiju. Skupaj je to  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$  tehtanj.

Za devet škatlic potrebujemo osem tehtanj več: najprej moramo poiskati najlažjo izmed devetih, za kar je potrebnih osem tehtanj. Za ostalih osem škatlic pa, kot že vemo, potrebujemo 28 tehtanj. Skupaj je to 36 tehtanj.

### Opcijsko (za starejše otroke, če želimo povezavo z matematiko)

Izzovi otroke, kdo zna prvi izračunati, koliko primerjanj bi potrebovali za dvajset škatlic?

Število potrebnih tehtanj je, vemo,  $1+2+3+4+\dots+17+18+19$ . O tem, kako to sešteti, govori popularna anekdota o mladem Gaussu, vendar je preprostejša naslednja oblika razlage. Recimo, da bi bil nek učenec še posebej prizadeven in bi se odločil, da bo namesto izračunal nekaj težjega (izkazalo se bo, da je pravzaprav lažje): izračunal bo vsoto naprej in še nazaj zraven, torej  $1+2+3+4+\dots+17+18+19+19+18+17+\dots+4+3+2+1$ . Ker ima preozek papir, mora račun napisati v dve vrsti. Potem pa odkrije, da se mu ne splača seštevati po vrsti, temveč bo raje najprej sešteval pare iz obeh vrst

$$\begin{aligned}
& 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+ \\
& 19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+ 9+ 8+ 7+ 6+ 5+ 4+ 3+ 2+ 1 = \\
& 20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20+20 = \\
& 19 \times 20 = 380
\end{aligned}$$

Vendar ve, da je tako dobil dvakrat preveč, saj je števila seštel dvakrat. Pravi rezultat torej ni 380, temveč pol manj, 190.

Če bi imeli  $n$  škatlic, bi imeli pol manj kot

$$\begin{aligned}
& 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n-2 + n-1 + \\
& n-1 + n-2 + n-3 + n-4 + n-5 + \dots + 2 + 1 = \\
& n + n + n + n + n + n + n + n = \\
& n \times (n-1)
\end{aligned}$$

Za  $n$  škatlic potrebujemo  $n \times (n-1)/2$  merjenj, kar je skoraj  $n^2/2$ .

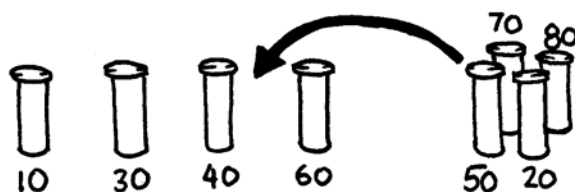
Če bodo otroci razumeli, jim razloži, da to pomeni, da za dvakrat več škatlic potrebujemo štirikrat toliko tehtanj. Za desetkrat več škatlic potrebujemo stokrat toliko tehtanj in za tisoč škatlic milijonkrat toliko tehtanj.

## Urejanje z vstavljanjem

(Urejanje z vstavljanjem lahko po presoji preskočiš, saj ni namen aktivnosti, da bi otroci spoznali kup postopkov in jim pomešali med seboj.)

Urejanje z vstavljanjem pogosto uporabljamo, kadar moramo ročno urediti. Deluje tako, da imamo nek seznam, ki je že urejen in v katerega na ustrezno mesto vstavljamo reči iz neurejenega kupa. Tako, recimo, urejamo igralne karte v roki ali kontrolne naloge po abecedi.

Začnemo tako, da vzamemo eno škatlico in jo damo v vrsto. Nato vzamemo novo in jo primerjamo s prejšnjo ter jo postavimo ne njeno levo ali desno. Nadaljujemo tako, da jemljemo nove škatlice in jih primerjamo najprej s prvo, nato drugo, tretjo ... škatlico iz urejene vrste; na tehtnici to prav lepo teče, saj je nova škatlica na eni strani, na drugo stran pa eno za drugo polagamo škatlice iz vrste. Ko naletimo na škatlico, ki je težja od nove, postavimo novo prednjo. To nadaljujemo, dokler ne zmanjka škatlic.



### Opcijsko (če imaš res pametne otroke)

Pogovori se o tem, ali zahteva ta postopek manj primerjav od urejanja z izbiranjem.

V resnici potrebujemo zanj v poprečju polovico manj primerjav, v najslabšem primeru pa enako. Pri izbiranju je bilo število potrebnih primerjav  $8+7+6+5+4+3+2+1+0$ , tu pa jih je v najslabšem primeru  $0+1+2+3+4+5+6+7+8$ . Vendar se to zgodi le, če bi morali vsako škatlico primerjati z vsemi, ki so že v vrsti (to bi se zgodilo, če bi imeli tako nezaslišano smolo, da bi najprej izbrali najlažjo škatlico, nato drugo najlažjo in tako naprej). V poprečju pa bomo vsako škatlico postavili nekaj na sredo vrste, zato jo primerjamo le s (približno) polovico škatlic.



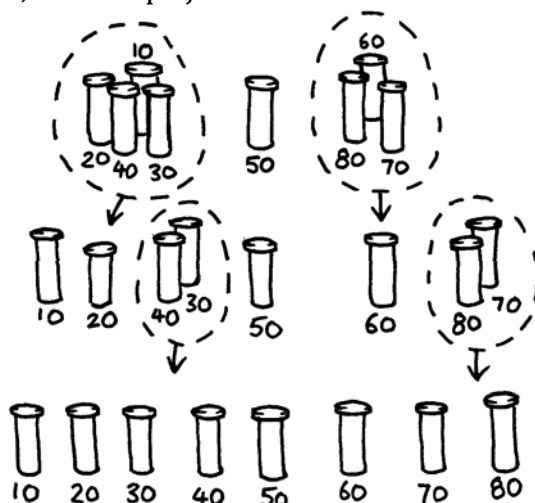
## Hitro urejanje

Povej otrokom, da obstajajo tudi veliko boljše metode, ki pa so nekoliko bolj zvite. Metodi, ki je v praksi najhitrejša, pravimo kar hitro urejanje.

Otrokom ga predstavi tako, da najprej vodiš enega otroka prek postopka (ostali gledajo), nato pa naj ga otroci preskusijo še sami.

1. Določi otroka, ki bo pod tvojim vodstvom urejal škatle in otroka, ki bo beležil število tehtanj.
2. Naključno izberi eno škatlino in jo postavi na levo stran tehtnice.
3. Vse škatlice primerjaj z izbrano, tako da jih eno za drugo postavljaš na desno stran tehtnice. Škatlice odlagaj na dva kupa: na levega dajaj tiste, ki so lažje in na desnega tiste, ki so težje od izbrane škatlice.
4. Ko si primerjal vse škatlice z izbrano, jo postavi na sredo med kupa.

Na spodnji sliki smo si izbrali škatlino s težo 50. Lažje škatlice (10, 20, 40, 30) so na levi, težje (80, 60, 70) na desni, izbrana pa je v sredini.



Če imamo smolo, se bo pripetilo, da bo na eni strani veliko več škatlic kot na drugi; lahko se zgodi celo, da bodo vse na isti strani, ker si si izbral ravno najtežjo ali najlažjo. Nič ne de, bomo preživeli. Če škatlice niso enake, pa si zapomni, katera je približno na sredi po teži in poskrbi, da si bo otrok izbral to škatlo (lahko mu jo podaš, češ, "izberi si eno škatlo, recimo tole").

5. Razloži otrokom, da so škatle nekako napol urejene: tista na sredi je že tam, kjer mora biti, zdaj pa moramo urediti še oba kupa. Lotili se bomo vsakega posebej. Torej:
  - a. Med škatlicami na levi naključno izberi eno škatlino in razdeli ostale na tiste, ki so lažje in tiste, ki so težje, tako kot si to storil prej. Spet boš dobil škatlo na sredini in dva kupa, ki ju bo potrebno urediti. Lotiš se, spet, vsakega posebej...
  - b. V desni skupini stori isto.
6. Kupe drobiš, dokler ne dobiš skupin z eno samo škatlino, kjer ni več kaj urejati. In, glej, škatlice so urejene!

## Pogovor (za starejše otroke)

Koliko tehtanj potrebuješ za takšno urejanje?

Tega ni tako preprosto izračunati kot pri urejanju z izbiranjem.

Recimo, da imamo smolo in v prvem koraku izberemo najlažjo škatlico. Primerjali jo bomo z ostalimi sedmimi in videli, da so vse ostale težje. Levi kup bo prazen; dobili bomo to, "srednjo" škatlico, vse ostale škatlice pa bodo na desnem kupu. Recimo, da imamo prav nesrečno smolo in tudi pri "deljenju" desnega kupa spet izberemo najlažjo škatlico. Primerjali jo bomo z ostalimi šestimi, levi kup bo spet prazen. Na sredino, torej zraven prve škatlice, bomo odložili to škatlico in ostalih šest škatlic bo na desnem kupu. Če imam prav preklicano smolo, bomo tudi za ta kup spet izbrali najlažjo škatlico, kar pa bomo seveda spet odkrili šele po petih merjenjih... Dobili smo urejanje z izbiranjem!

Potemtakem hitro urejanje ni nič hitrejše od urejanje z izbiranjem?! Drži, vendar le, kadar imamo prav preklicano smolo. Kako hitro je v poprečju, ni tako preprosto izračunati, zato bodo morali šolarji s tem počakati, do drugega letnika študija računalništva. Izkaže pa se, da je tako hitro, kakor le more biti. Dokazati je mogoče, da hitrejše metode urejanja ni. (Razen, če smemo uporabljati kakšne dodatne trike, ki jih tu, pri tem tehtanju ne dopuščamo in ki so tudi v praksi redko uporabni.)

## Urejanje z mehurčki

Urejanje z mehurčki je enako počasno kot urejanje z izbiranjem. S teoretičnega vidika je zanimivo, ker na določen način vodi v hitro urejanje. Učencem pa ga pokažemo

- kot primer še ene metode urejanja, pri kateri je zanimivo razmisliti, kako in zakaj deluje,
- kot uvod v naslednjo aktivnost.

Po želji, ali če ti zmanjkuje časa, lahko to aktivnost izvedeš na začetku naslednje.

Postopek najprej pokažeš na eni skupini učencev, nato ga vsaka skupina izvaja sama.

1. Izberi osem učencev, na katerih boš pokazal postopek. Postavi jih v vrsto in jim okrog vratu obesi številke v pomešanem vrstnem redu.
2. Razloži, da bo urejanje z mehurčki nekoliko drugačno od postopkov, ki smo jih videli doslej. Zahteva namreč več prehodov prek vrste. Učenci si bodo podajali palico: v vsakem trenutku bo palico držal en par učencev. Učenca v paru bosta primerjala svoji številki in če stojita v napačnem vrstnem redu, se zamenjata. Nato palico drži naslednji par.

Na primer, da so učenci razporejeni, kot kaže slika. Palico drži prvi par.

50--20 60 30 10 80 40 70

Ker sta obrnjena narobe, se zamenjata.

20--50 60 30 10 80 40 70

Nato dobi palico naslednji par.

20 50--60 30 10 80 40 70

Par je obrnjen pravilno, zato se ne zamenja, temveč le poda palico naslednjemu paru.

20 50 60--30 10 80 40 70

Ker je 60 večje od 30, se morata učenca zamenjati.

20 50 30--60 10 80 40 70

Nato podata palico naslednjemu paru.

20 50 30 60--10 80 40 70

Tako nadaljujemo. Ko pride palica do konca, je razpored takšen

20 50 30 10 60 40 70--80

Zadnji učenec (v gornjem primeru ta, ki ima številko 80) stopi korak vstran.

20 50 30 10 60 40 70 80

S tem smo končali prvi krog.

3. Palico vrnemo prvemu paru in ponovimo vse skupaj, vendar brez zadnjega učenca – onega, ki je stopil vstran. Pride palica do konca (torej do predzadnjega učenca), stopi še ta vstran. Po drugem krogu je stanje takšno:

20 30 10 50 40 60 70 80

4. Palico spet dobi prvi par. Izvedemo tretji krog, ki nas pripelje do

20 10 30 40 50 60 70 80

5. Po četrtem krogu dobimo tole.

10 20 30 40 50 60 70 80

Učenci v razredu ne bodo imeli enakih števil in se ne bodo razporedili enako kot v tem primeru. Poskrbi, da nobeden od učencev z najnižjimi tremi številkami ne bo na zadnjih treh mestih. Po potrebi jih prestavi bolj proti začetku in povej, da mora biti tako, da urejanje ne bo predolgo trajalo.

Opomba: računalnik v resnici še ne bi vedel, da je vrsta že urejena, zato bi izvedel še peti krog, v katerem pa bi opazil, da ni potrebna nobena zamenjava več in iz tega sklepal, da lahko konča z delom. Učencev s tem ni potrebno obremenjevati.

### Delo po skupinah

Sestavi skupine, razdeli učencem številke, vsaki skupini daš eno palico in jim naroči, naj se naključno premešajo in uredijo.

Skupine, ki so hitrejšje, naj poskusijo še tako, da so v začetku

- urejene v napačno smer (od največjega do najmanjšega) ali
- urejene pravilno, razen učenca z najnižjo številko, ki stoji na skrajni desni namesto na levi (v gornjem primeru bi bil to začetni razpored 20 30 40 50 60 70 80 10).

### Pogovor

Vprašaj učence, ali menijo, da postopek vedno pravilno uredi zaporedje. Če ne: zakaj ne? Lahko poiščejo primer, kjer postopek ne deluje?

Postopek se v resnici vedno konča s pravim vrstnim redom. Znajo učenci razložiti, zakaj?

Razlaga je takšna: so opazili, da je učenec z največjo številko vedno prišel na skrajno desno? Vedno je tako: čim enkrat dobi v roke palico, je ne izpusti več. Tako v prvem krogu zagotovo poskrbimo za zadnje mesto in se ga v naslednjih ne dotikamo več. V drugem krogu bo učenec z drugo največjo številko iz istega razloga prišel na predzadnje mesto.

Povej, da temu postopku rečemo urejanje z mehurčki, saj številke potujejo kot mehurčki, manjše na levo in večje na desno.

Kaj se zgodi, če je najmanjša številka na skrajni desni? V vsakem krogu bo šla za eno samo mesto na levo. Za osem števil bomo potrebovali sedem krogov.

## Urejanje z zlivanjem

1. Učenci naj obdržijo številke iz prejšnje vaje: vsak učenec ima torej okrog vratu obešen list številko.
2. Postavi vse učence v dve približno enako dolgi koloni. Da bo preprosteje, lahko postaviš, recimo, dečke v eno kolono in deklice v drugo. Obe koloni uredi po velikosti števil ("ročno", ne da bi uporabljal kak poseben postopek).
3. Učenci naj si predstavljajo, da so avtomobili, kar nosijo za vratom, pa so registrske številke. Pripeljali so do mesta, kjer se cesta zoži v en sam pas. V kraju, kjer so, pa veljajo nenavadni prometni predpisi: prednost ima vedno tisti avto, ki ima nižjo registracijsko številko.
4. Iz kolone vzemi enega učenca (vzemi mu tudi karton). Ta otrok bo policaj, ki bo usmerjal promet, tako da bo kazal, kateri avto (učenec) naj pelje naprej. Vedno mora pokazati učenca z nižjo registracijsko številko.
5. "Avtomobili" naj se premaknejo. Če bo policaj pravilno opravil delo, bo iz dveh urejenih kolon na dvopasovnici nastala urejena kolona na enopasovnici.

Pojasni otrokom, da smo s tem odkrili postopek, kako dva urejena seznama združiti v nov urejen seznam.

Postopek je uporaben v praksi: če imamo dva kupa knjig, ki sta zložena po abecedi in bi jo radi sestavili v en kup, preprosto jemljemo knjige iz kupa, tako da v vsakič – tako kot policaj – vzamemo tisto, ki je prej po abecedi, in jih zlagamo na tretji kup.

Predstavljajmo si pevski zbor, v katerem ima vsak pevec debel fascikel, v kateri so note nekaj sto različnih pesmi. Urejene so po abecedi. Ko imajo koncert, vzame vsak pevec note za deset pesmi, ki jih bodo peli na koncertu in jih zloži v "koncertno mapo" v takšnem vrstnem redu, kot jih bodo peli. Po koncertu je potrebno note zložiti nazaj v fascikel. Kako se lotiti tega dela tako, da bo čim manj listanja po fasciklu? Tako, da najprej uredimo note pesmi, ki smo jih peli na koncertu, pa abecedi. Nato listamo fascikel in na ustrezna mesta vstavljamo note s koncerta.

Imamo postopek za zlivanje dveh kolon v eno. Vprašaj otroke, ali bi znali narediti postopek za zlivanje štirih kolon.

Verjetno bodo odgovorili, da je enak temu za dve koloni: namesto da bi policaj izbiral avte iz dveh kolon, jih bo pač iz štirih. Povej, da je rešitev smiselna in se tudi v praksi včasih uporablja, vendar bomo poskusili nekaj bolj zanimivega: če imamo štiri kolone, bomo iz njih najprej naredili dve koloni, tako da bomo združili prvi dve koloni v eno in drugi dve v drugo. Ko imamo le še dve koloni, pa ju združimo v eno samo.

1. Razdeli učence v štiri urejene kolone. Tokrat naj ima ena od kolon (vseeno katera) samo enega učenca.
2. Določi policaja, ki najprej združi levi dve koloni (desni dve čakata), nato združi desni dve koloni in potem preostali dve koloni.

Vprašaj učence, kaj bi storili z osmimi kolonami. Ravnajo lahko podobno, le z enim korakom več. Združiti morajo prvi dve, drugi dve, tretji dve in četrti dve koloni. Tako so dobili štiri kolone. Združijo prvi dve in drugi dve. Nato združijo preostali koloni.

Končno jih vprašaj, kaj bi storili s šestnajstimi kolonami. Če združujejo po dve, bodo dobili osem kolon. Iz osmih kolon naredijo štiri, iz štirih dve in iz dveh eno.

Zdaj povej učencem, da bodo poskusili združevanje šestnajstih kolon.

1. Določi šestnajst učencev in jih naključno premešane postavi v vrsto (ne v kolono – gledajo naj naprej in ne eden drugemu v hrbet). Reci, da predstavljajo šestnajst kolon, v vsaki koloni pa je samo en učenec.
2. Določi policaja, po možnosti učenca, ki je dovolj sistematičen, da se ne bo izgubil. Uredi naj teh šestnajst kolon, kot smo pokazali zgoraj.

Preseneti učence: pravkar smo odkrili nov postopek urejanja! Imamo neurejeno vrsto učencev. Delamo se, da gre za kolone s po enim učencem in jih združujemo, dokler niso urejene!

Če kak učenec ugovarja, da postopek deluje le z 2, 4, 8, 16 (...  $2^n$ ) učenci, pokaži, da ga lahko izvedeš tudi z, recimo, desetimi. V tem primeru nekatere kolone pač včasih malo počakajo.

Povej, da tej metodi urejanja rečemo urejanje z zlivanjem in da je po hitrosti podobna hitremu urejanju.