Aktivnost 1

Dvojiški zapis števil

Povzetek

Do koliko lahko preštejemo s prsti obeh rok? Do deset, praviš? Neumnost. Že s prsti ene roke je mogoče šteti do 31.

Namen

Otroci spoznajo, da za zapisovanje poljubno velikih števil ne potrebujemo desetih števk, temveč zadoščata že dve. Začutijo, da moremo shranjevati števila z zaporedjem poljubnih reči, ki imajo dve stanji – s kartami, ki so obrnjene tako ali drugače, prsti, ki so skrčeni ali iztegnjeni, učenci, ki čepijo ali stojijo.

Predvideni čas izvajanja aktivnosti

Dve šolski uri. Primerna točka, kjer jo prekinemo, so merilni trakovi, ki jih uporabimo na koncu prve ali na začetku druge ure, v kateri izvajamo aktivnost.

Potrebščine

- Velike karte s številkami (en komplet za ves razred)
- različni mediji za shranjevanje in prenos podatkov, kot so disketa, USB ključek, SD kartica, CD, DVD, mrežna kartica ali kak še kaka bolj eksotična roba, kot na primer modem, luknjana kartica, luknjan trak; to potrebujemo le, da na koncu ure opredmetimo naučeno.

Za vsakega otroka (ali za vsak par oz. skupino):

- karte s številkami (razreži vsako polo v dva kompleta kart),
- učni list z drugačnimi zapisi števil (na listu je material za štiri učence),
- trakovi dolžin 16, 8, 4, 2, 1 cm (vsak list ima dvanajst kompletov trakov)

Dodatna navodila

Čeprav se v okviru aktivnosti naučijo tudi pretvarjati iz desetiškega zapisa v dvojiškega in obratno, *to ni njen glavni namen*. Urjenje v pretvarjanju med številskimi sistemi samo po sebi ne služi ničemur; koristno je kvečjemu kot vaja iz seštevanja in odštevanja (pri otrocih ustrezne starosti). Posebej *ne utrjujemo* zapisovanja z ničlami in enicami. Pomembno je le, da vedo, da se to da.

Pri učenju pretvarjanja se *žal* pogosto uporablja sistem z ostanki. Recimo, da želimo v dvojiškem sistemu zapisati število 22. 22 delimo z 2, ostanek je **0**, količnik 11. 11 delimo z 2, ostanek je **1**, količnik je 5. 5 ima po deljenju z 2 ostanek **1**, količnik 2. 2 ima ostanek **0**, količnik 1. 1 ima ostanek **1**, količnik 0. Preverjanje je končano, dvojiški zapis števila 22 dobimo tako, da preberemo ostanke v obratnem vrstnem redu, torej **10110**. Tak postopek se resda uporablja, kadar pretvarjamo z računalniškim programom ali, morda, če bi ročno pretvarjali v sistem z višjo osnovo od 2. Za ročno pretvarjanje v dvojiški sistem pa je zapleten (ker je potrebno obračati) in neintuitiven, saj ga je otrokom težko utemeljiti.

Pač pa se otroci brez težav domislijo svojega postopka pretvarjanja. Otrok ve, da ima na razpolago, recimo, števila 32, 16, 8, 4, 2, 1. Med njimi poišče največje število, ki je še manjše ali enako številu, ki ga pretvarjamo. V primeru 22 je to 16. 22 – 16 = 6. Za 6 spet poiščemo največje število, ki je manjše od 6; to je 4. 6 – 4 = 2. Največje število, ki je manjše ali enako 2 je kar 2. Torej je 22 enako 16 + 4 + 2. Če ob pretvarjanju v mislih ali zares dopisuje ničle in enka pod uporabljena in neuporabljena števila, dobi pretvorbo 010110 ali 10110. Ta sistem je preprostejši in razumljivejši.

Aktivnost je namerno oblikovana tako, da vodi v drugo, intuitivnejše pretvarjanje.

Ob tem naj ponovno poudarimo, da namen aktivnosti ni naučiti se pretvarjati med dvojiškim in desetiškim zapisom, temveč "začutiti" dvojiški zapis, razumeti, kako je sestavljen in zakaj je uporaben – zato, ker lahko s pomočjo dvojiškega zapisa shranjujemo podatke ali pa jih prenašamo z vsakim medijem, ki ima dva različni stanji. Kontrolne naloge, ki preverjajo, ali otrok pravilno pretvarja iz desetiškega v dvojiški številski sistem in obratno, ne merijo, ali je učenec pridobil znanje, ki ga poskuša podati aktivnost.

Razmišljanje o dvojiškem zapisu lahko služi tudi kot oporo pri razmišljanju o eksponentni rasti, kar bo prišlo prav pri kasnejših aktivnostih, katerih namen je pokazati, zakaj za nekatere vsakdanje probleme (vsaj v teoriji) ni mogoče najti optimalne rešitve. Če so otroci dovolj stari in se nameravamo z njimi kasneje globje pogovarjati o časovnih zahtevnostih, lahko pripravimo teren s pogovorom po tej aktivnosti.

Števila brez števk

Uvod

Danes se bomo učili šteti na prste. Da že znamo, že od prvega razreda ali še od prej? Že mogoče, vendar znamo na prste še vedno šteti samo kot prvošolčki. Do koliko lahko na prste obeh rok preštejejo prvošolčki? Do deset. Danes pa se bomo naučili, kako lahko že s prsti ene roke štejemo od 0 do 31.

Tako namreč šteje računalnik. Najprej: računalnik vse shranjuje kot številke. Besedila, slike, filmi, glasba, vse je pretvorjeno in shranjeno kot številke. Kako spremeniti besedilo ali sliko v števila, se bomo učili, a malo kasneje. Kako je z zvokom in filmi, pa bomo zamolčali, ker je bolj zapleteno.

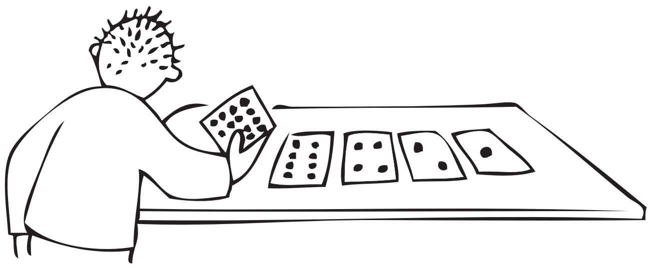
Danes pa bomo torej videli, kako računalnik shrani številke.

Prikaz

1. Pokliči pet prostovoljcev in jim daj velike karte s števili. Postavijo naj se po vrsti; otrok s karto 16 naj stoji na levi. Prostovoljci bodo obračali karte tako, da pokažejo ali skrijejo številke.
2. Za začetek naj pokažejo takšne številke, da bo njihova vsota 22.
3. Poskusi še nekaj drugih števil.

Igra

1. Otrokom (posameznim ali parom) razdeli karte s številkami.
2. Karte naj si zložijo po vrsti, tako, da bo tista s šestnajstimi pikami na levi.



3. Vsak otrok naj iz kart sestavi števila 5, 3, 12, 19.
4. Katero je najmanjše in največje število, ki ga lahko sestaviš?
5. Obstaja med največjim in najmanjšim kakšno število, ki ga ni mogoče sestaviti?
6. Je mogoče kako število sestaviti na dva ali več različnih načinov?
7. Če ne bi imel karte s številko 16: katero bi bilo največje število, ki bi ga lahko sestavil?
8. Če ne bi imel kart 16 in 8: katero bi bilo največje število, ki bi ga lahko sestavil?

Številke s prsti

1. Otroci naj si na prste leve roke, na notranjo stran, napišejo števila 16, 8, 4, 2, 1 (16 naj bo na palcu).
2. Razporedi otroke v pare.

3. Vsak učenec iz para pokaže drugemu s prsti neko številko (recimo, dan in mesec rojstva), drugi jo mora razbrati. Nato se zamenjata.
4. Morajo biti številke res napisane? Če vemo, katero številko predstavlja kateri prst, znamo tudi brez njih, mar ne? Otroci naj si pobrišejo številke s prstov. Nato naj si, tako kot prej, v parih kažejo številke, vendar z neoznačenimi prsti.

Štetje

1. Spet dobi pet prostovoljcev in jim razdeli karte, kot na začetku. Povej jim, da se bomo učili šteti.
2. Razdeli jim karte, tako kot v začetku. Povej, da zdaj ne bomo obračali kart, temveč delali počepe: vsi naj držijo karte pred seboj, veljajo pa le številke tistih učencev, ki stojijo.
3. Za vajo naj pokažejo številko 22 (stojijo otroci s kartami 16, 4 in 2, ostali čepijo.)
4. Otroci naj se postavijo v številko 0. (Vsi počepnejo.) Nato pokažejo številko 1. (Samo desni vstane.) Nato številko 2. (Desni počepne, drugi z desne vstane.) Številka 3. (Desni vstane.) Številka 4. (Desna dva počepneta, tretji z desne vstane.) Tako nadaljuj do 31.

Otroci bodo opazili, da je moral skrajno desni stalno delati počepe (naredi jih 16), skrajno levi pa je polovico igre čepel in polovico stal. Če so otroci dovolj stari in imaš čas, lahko opozoriš še na druge zanimivosti, kot recimo:

- desni spremeni položaj (počepne ali vstane) ob vsakem številu; drugi z desne ob vsakem drugem številu in tako naprej;
- pri lihih številih desni stoji, pri sodih številih čepi;
- s štiri so deljiva števila, pri katerih skrajna desna čepita...

Štetje lahko opišemo tudi takole:

- začnemo tako, da vsi otroci čepijo;
- v vsakem koraku naredimo tole:
  - desni spremeni položaj (počepne, če je stal oziroma vstane, če je čepel),
  - vsi drugi spremenijo položaj (počepnejo, če so stali ali vstanejo, če so čepeli) natančno takrat, ko njihov levi sosed počepne.

Da recept res deluje, lahko poskusiš tako, da z otroki ponoviš štetje (vsaj prvih nekaj števil), pri čemer se morajo gibati po tem receptu. Ob vsakem številu preveri, ali je pravilno.

Vsak otrok naj poskusi šteti s prsti popisane ali, če zna, s prsti nepopisane roke.

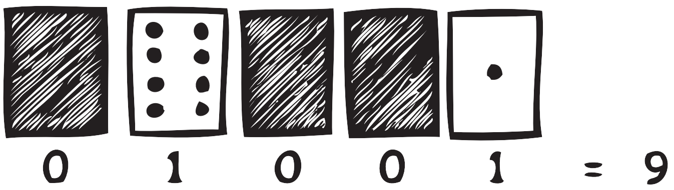
Merilni trakovi

1. Otrokom razdeli trakove dolžin 1, 2, 4, 8 in 16 centimetrov.
2. Z njimi naj izmerijo nekaj stvari (npr. zvezek, barvico...).
3. Kako dolga je najdaljša reč, ki jo je mogoče še izmeriti?
4. Je mogoče isto dolžino izmeriti z različnimi kombinacijami trakov?

Dvojiške števke

Zamenjajmo karte z ničlami in enkami: karte, ki nam kažejo pike, bomo zapisali z enico, tiste, ki so obrnjene s pikami navzdol, pa z ničlo.

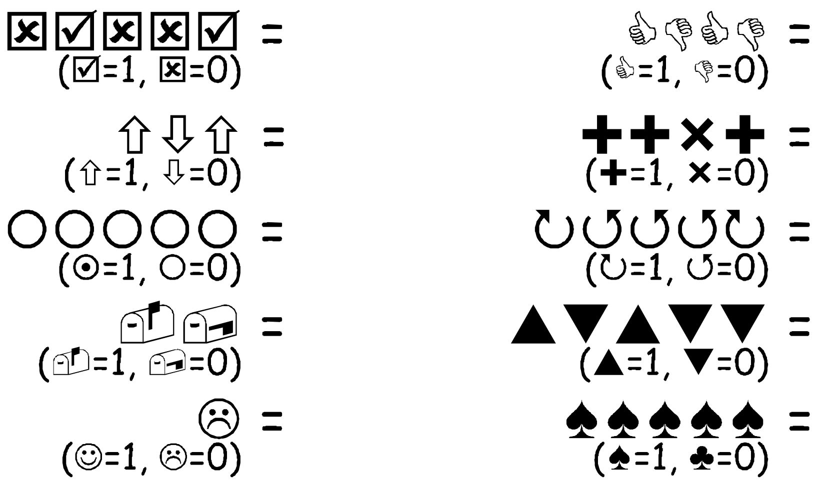
1. Otroci se vrnejo za mize, kjer imajo karte. Postavijo naj številko 9.



2. Dogovorimo se, da bomo skrite karte opisali z 0, vidne pa z 1. Številko 9 lahko zapišemo kot 01001.
3. Ugotovi, katero število je 10101! Postavi karte, kot piše (vidna, skrita, vidna, skrita, vidna) in seštej številke.
4. Koliko pa je 11111?
5. Postavi karte tako, da bodo kazale številko 25 in to zapiši z ničlami in enicami.
6. Na kateri dan meseca si bil rojen? Zapiši to po dvojiško!

Običajno zapisujemo števila s števkami od 0 do 9. Zdaj pa smo se naučili zapisati število le z dvema števkama, namreč z 0 in 1. Takemu zapisu števil pravimo dvojiški zapis, ker uporablja le dve števki. "Običajni" zapis, ki ima deset števk, se imenuje desetiški. V "običajnem" zapisu imamo enice, desetice, stotice, tisočice... V dvojiškem imamo enice, dvojice, štirice, osmice, šestnajstice, dvaintridesetice...

1. Učencem razdeli liste z drugačnimi simboli. Poskusi naj razvlozlati števila na njih!



Štetje prek 31

1. Učenci naj s kartami sestavijo številko 42.

2. Ko (kmalu) postane jasno, da lahko s kartami, ki jih imajo, predstavijo samo številke do 31, jim razdeli prazno karto in naroči, naj nanjo napišejo primerno število, da bodo lahko šteli naprej.
3. Verjetno bodo vsi otroci napisali tako številko, da bodo lahko z novo karto pokazali številko 42. Številka, ki bi jo morali napisati, da lahko predstavijo vsa števila do 63, je 32. Preveri, ali imaš v razredu otroke, ki so napisali številke večje in manjše od 32. Če ni nobene prevelike številke, sam napiši še karto s številko 40; če ni nobene premajhne, naredi karto s številko 30. Razloži, da sta tudi tidve karti primerni, da sestavimo število 42.
4. Učenci naj sestavijo 34. Učenci, ki so na novo karto napisali 35 ali več, tega ne bodo mogli storiti.
5. Učenci naj sestavijo število 63. Sestavili jo bodo lahko le otroci, ki so na novo karto napisali (vsaj) 32.
6. Učenci naj sestavijo 31. Tisti, ki so napisali premajhno število, lahko to naredijo na več načinov. Razloži, da so ravnali potratno: po eni strani lahko zdaj isto številko pokažejo na več načinov, po drugi strani pa nekaterih števil, ki bi jih lahko sestavili (63), zaradi tega ne morejo sestaviti.

Pri izbiranju števil, ki naj jih sestavijo učenci, se prilagajaj napakam, ki so jih storili oz. napačnim kartam, ki si jih, če imaš prebistre učence, pripravil sam.

Namen vaje je, da učenci uvidijo, zakaj morajo biti številke na kartah natančno takšne, kot so: če bi bile drugačne, bodisi ne bi optimalno izkoristili kart (z istim številom kart ne bi mogli sestavljati tako visokih števil, obenem pa bi lahko nekatera števila sestavili na dva načina), bodisi ne bi mogli sestaviti nekaterih števil med največjim in najmanjšim številom, ki ga je mogoče pokazati.

Do koliko lahko preštejemo na prste?

1. Ko učenci razumejo, da na karte pišemo potence števila 2 (torej, da je vsaka karta dvakratnik prejšnje), naj ugotovijo, katero je največje število, ki ga lahko zapišemo z desetimi kartami.
2. Verjetno si bodo nekateri učenci izpisali prvih deset potenc števila 2 in jih sešteli (1+2+4+8+16+32+64+128+256+512 = 1023). Drugi se bodo morda znašli ter izračunali število na enajsti karti in od nje odšteli 1. Poskusi pojasniti trik tudi ostalim: vsota prvih treh kart je za 1 manjša od četrte (1+2+4=8-1), vsota prvih štirih je za 1 manjša od pete (1+2+4+8=16-1). Prav tako mora biti vsota desetih kart za 1 manjša od enajste (če bi jo imeli).
3. Učencem povej, da lahko s prsti obeh rok torej štejemo do 1023.

Kakšna škoda, da naši prsti na nogah niso gibčnejši, saj bi lahko z njimi prešteli že do več kot milijon!

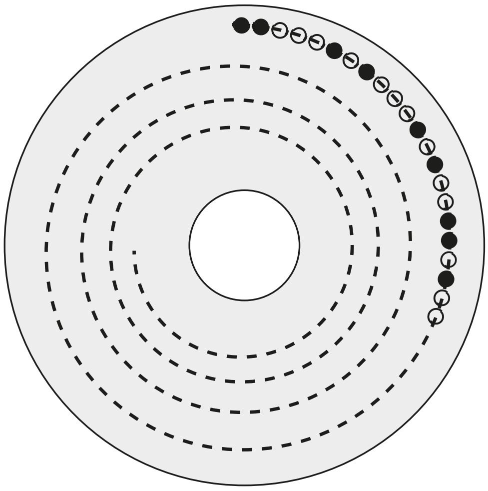
Koliko "prstov" pa ima računalnik? Računalnik ima namesto prstov bite: en bit predstavlja ničlo ali enico. Računalnik navadno gleda po osem bitov skupaj: z osmimi biti-prsti lahko shrani številke do 255. (Preveri! Ugotovi, kako velike številke so na osmih "kartah" in jih seštej!) Skupini osmih bitov rečemo bajt.

Pogovor

Čemu to služi? Zakaj računalniki ne bi shranjevali števil "normalno", tako kot ljudje, s števkami od 0 do 9?

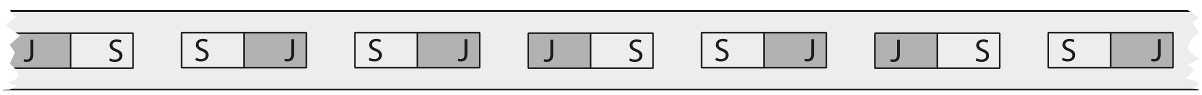
Otrokom pokaži kup "šare", kot so disketa (to bo otrokom tudi pomagalo razumeti običajno ikono za shranjevanje), USB ključek, SD kartica, CD, DVD, mrežna kartica ali kak še kaka bolj eksotična roba, kot na primer modem, luknjana kartica, luknjan trak ali kaj podobnega. Otroke vprašaj, če vedo, kako računalnik na te medije zapiše podatke. Da bo lažje, jih usmeri le na številke – obljubi jim, da bodo o besedilih in slikah izvedeli v prihodnjih aktivnostih.

Najlažje jim boš predstavil CDje: povej jim, da računalnik z laserjem vanje dela drobne luknjice: če je na določenem mestu luknjica, to pomeni ničlo, če je ni, enico (ali obratno, to je stvar dogovora). Luknjice so nanizane v spiralo; da bo bolj nazorno, jim jo lahko narišeš na tablo.



USB ključek in SD kartico jim lahko predstaviš kot ogromno baterij. Vsaka baterija je lahko polna ali prazna, kar pomeni ničlo ali enico. Ko računalnik zapisuje podatke, polni in prazni baterije; ko bere, preverja, ali je baterija polna ali prazna. Pojasni, da v resnici ne gre za običajne baterije, temveč nekaj podobnega, kar pa je lahko veliko veliko veliko manjše. Najbolj jih bo fasciniralo, če jim pokažeš ključek s kapaciteto, recimo, 16 GB. Vprašaj jih, kaj pomeni "giga" (to je primeren trenutek, da ponovijo predpono kilo- in izvedo za mega- in giga-); 16 gigabajtov pomeni 16 milijard bajtov, vsak bajt je 8 bitov, torej je na ključku 128 milijard bitov ali 128 milijard čisto drobnih "baterij".

Disketo lahko razložiš s pomočjo kasete, ki jo učenci verjetno še poznajo. Nekateri najbrž vedo, da so na kasetnem traku "drobni magnetki". Enako je z disketo; v njej je ploščica, ki jo je mogoče namagnetiti. Računalnik zapisuje tako, da obrača magnetke v eno ali drugo smer. Disketo lahko tudi razdreš...



Komunikacijo po mrežni kartici lahko predstaviš kot piskanje z visokimi in nizkimi toni, ki pa je tako hitro, da ga ljudje, tudi če bi priključili kartico na zvočnik, ne bi mogli slišati. Vprašaj jih, kako hiter internet imajo doma. Nekateri bodo vedeli; tipične številke bodo nekaj megabitov. Razloži jim, da mora mrežna kartica (ali modem) za prenos s hitrostjo en megabit prenesti milijon piskov na sekundo. Mreža, kakršno imajo v hiši ali v šoli, pa je verjetno gigabitna, kar pomeni milijarda piskov v vsaki sekundi.

Pogovor o dvojiškem zapisu in eksponentni rasti

Če so otroci dovolj doumljivi in če se nameravamo z njimi kasneje globje pogovarjati o časih, potrebnih za reševanje različnih problemov, lahko nadaljujemo pogovor ob kolesarski ključavnici.

Otrokom pokažemo kolesarsko ključavnico, po možnosti takšno s štirimi obroči.

1. Koliko različnih »kombinacij« ima ključavnica? (Pri štirih je to deset tisoč.)
2. Če izurjen tat potrebuje eno sekundo, da poskusi eno kombinacijo – koliko časa bo potreboval, da poskusi vse? (Za štiri bo porabil dve uri in tričetrt.)
   Brez posebnega dokaza bodo otroci verjeli tudi, da »v poprečju« potrebuje polovico tega časa. Takšno sklepanje – poprečje je polovica – sicer ni vedno pravilno, a pri takšnem, zaporednem iskanju na srečo je.
3. Kaj se zgodi, če dodamo en obroč? Otroke poskusimo »prepričati«, da bo tat, če k štirim obročom dodal petega, potreboval eno četrtino daljši čas. Verjetno bodo ugovarjali (in prej ko slej pač popustimo), da en obroč pomeni desetkrat več kombinacij in zato desetkrat daljši čas.
4. Kaj pa, če bi imeli dvojiško ključavnico? Imela bi, recimo, štiri obroče, na katerih ne bi bile števke od 0 do 9, temveč od 0 do 1 (torej, le 0 in 1). Koliko kombinacij ima takšna ključavnica? (16.)
5. Koliko obročev mora imeti dvojiška ključavnica, da je tako varna, kot običajna ključavnica s tremi obroči? Deset, saj z običajno ključavnico s tremi obroči zapišemo 1000 različnih števil, pri dvojiški pa za zapis 1000 števil potrebujemo deset obročev.
6. Kako se poveča varnost dvojiške ključavnice z vsakim novim obročem? Podvoji se.
7. Otrokom lahko povemo, da bomo srečali še veliko problemov, ki se obnašajo tako, da povečanje težavnosti ni sorazmeno povečanju velikosti. Vsak obroč ključavnice podeseteri njeno varnost. Včasih bo to razmerje v našo korist, včasih v škodo. Ko želimo zapisovati števila, nam je razmerje všeč, saj bomo z eno samo novo števko podvojili obseg števil, ki jih lahko zapišemo v dvojiškem zapisu. (Če uporabljamo desetiški zapis, pa se obseg z vsako števko podeseteri.) Iz istega razloga nam je to razmerje všeč pri ključavnici, saj si z enim samim dodatnim obročem kupimo desetkrat večjo varnosti. Na drugi strani je očitno tat: temu razmerje ni korist, saj je problem, ki ga rešuje, z vsakim dodatnim obročem desetkrat težji.
8. V kolesarnici je kup koles, ki so vredna 100 evrov in zaklenjena s ključavnicami s tremi obroči. Zraven njih je boljše kolo, zaklenjeno s ključavnico s štirimi obroči. Tat ima na voljo kar nekaj časa, nima pa klešč ali žage, zato bo ključavnice odklepal s poskušanjem. Koliko mora biti vredno dražje kolo, da se ga tatu splača lotiti?
   V času, ki ga potrebuje za odklepanje dražjega kolesa, bi lahko odklenil deset cenejših. Torej mora biti dražje kolo desetkrat vrednejše; vredno mora biti 1000 evrov.

Več o dvojiških številih

Če so učenci dovolj stari, lahko odkrijejo še nekaj zanimivosti dvojiškega zapisa in njegovo sorodnost z desetiškim. Če ti primanjkuje časa, lahko ta del preskočiš, saj je pomembnejše zapisovanje besedil v naslednjem razdelku.

1. Kaj se zgodi, če k dvojiškemu številu na desni dodamo ničlo? Število 1001 je 9. Koliko pa dobimo, če mu dodamo ničlo – koliko je 10010?

   $$\underset{(9)}{1001} \rightarrow \underset{(?)}{10010}$$

   Učencem daj še nekaj primerov, kot je gornji, da odkrijejo pravilo (po možnosti vsak zase). Znajo razložiti, zakaj se to zgodi?

   (Odgovor: ko dodamo ničlo v desetiškem zapisu, se enice spremenijo v desetice, desetice v stotice... vrednost vsake števke se podeseteri. Zato je 130 desetkrat toliko kot 13. Ko to storimo v dvojiškem zapisu, se enice spremenijo v dvojice, dvojice v štirice... Vrednost vsake števke se podvoji.)

2. Kako vemo, ali je število v dvojiškem zapisu sodo, torej deljivo z 2? (Odgovor: tako kot v desetiškem vemo, ali je deljivo z 10 – na zadnjem mestu mora imeti ničlo.)

3. Kako pa delimo z 2? (Odgovor: tako kot v desetiškem z 10.)